

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 1

$$(2+3i)(2-3i) = 2^2 - (3i)^2 = 4+9=13.$$
$$(4+5i)(4-5i) = 4^2 - (5i)^2 = 16+25=41$$

olduğundan cevap  $13+41=54$ .

Doğru Yanıt: C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 2

$$x^2+4x+13 = x^2+4x+4+9$$
$$= (x+2)^2 + 3^2$$
$$= (x+2)^2 - (3i)^2$$
$$= (x+2+3i)(x+2-3i)$$

A şıkkındadır!

Doğru Yanıt: A

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 3

0 sayılara a ve b diyelim.

$$\left. \begin{aligned} a+b &= 8 \\ a \cdot b &= 20 \end{aligned} \right\}$$

$$a(8-a) = 20$$

$$8a - a^2 = 20$$

$$a^2 - 8a + 20 = 0$$

$$a^2 - 8a + 16 + 4 = 0$$

$$(a-4)^2 = -4 = (2i)^2$$

$$a-4 = \pm 2i$$

$$a = 4 \pm 2i$$

Doğru Yanıt: C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 4

$z_1 = z_2$  ise  $\text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2)$   
ve  $\text{Im}(z_1) = \text{Im}(z_2)$  olmalı.

$$x+2 = y-2 \wedge x^2+4 = y^2-4$$

$$x-y = -4 \wedge x^2-y^2 = -8$$

olduğundan  $x-y = -4$  ve  $x+y = 2$   
olur. Buradan da  $x = -1$  ve  $y = 3$   
bulunur ki  $\frac{x}{y} = -\frac{1}{3}$ ,  $\frac{y}{x} = -3$ 'tür.

Doğru Yanıt: B

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 5

$$z \cdot \bar{z} = (12-5i)(12+5i) \\ = 12^2 - (5i)^2 = 144 + 25 = 169.$$

Doğru Yanıt:

D

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 6

$$z = \frac{1}{4-3i} \text{ ise } z = \frac{4+3i}{25}$$

O halde  $\bar{z} = \frac{4-3i}{25}$  olmalıdır.

$$\operatorname{Im}(\bar{z}) = \frac{-3}{25} \text{ olur.}$$

Doğru Yanıt:

C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 7

$$z + 2 + i = (1 + 2i)\bar{z}$$

$$x + yi + 2 + i = (1 + 2i)(x - yi)$$

$$x + 2 + (y+1)i = x - yi + 2xi + 2y$$

$$x + 2 = x + 2y \wedge y + 1 = 2x - y$$

Buradan  $y = 1$  ve  $x = 3/2$  bulunur

Doğru Yanıt:

B

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 8

$$\frac{z}{z-2} = x \text{ olsun. } x^2 - x - 3 = 0 \text{ olur.}$$

Bu denklemin diskriminantı pozitif olduğundan  $x$  reel sayıdır. O halde  $z$  de reel sayıdır. Bu sebeple  $z$ 'nin imajineri sıfırdır.

Doğru Yanıt:

D

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 9

$1+i$  bir kökse, yenne yazdığı-  
mızda sağlamalı:

$$(1+i)^2 + a(1+i) - 3i + 2b = 0$$

$$2i + a + ai - 3i + b = 0$$

$$(a-1)i + a + b = 0$$

olduğundan  $a=1$  ve  $b=-1$  olur.  
Kökler toplamı  $-a$  yani  $-1$  olması  
gerektiğinden diğer kök  
 $-1 - (1+i) = -2-i$  'dir.

Doğru Yanıt:

B

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 10

$x^3$  yerine  $i$  yazalım;

$$i^9 - i^8 - i + x - 1$$

$$= i - 1 - i + x - 1 = x - 2.$$

Doğru Yanıt:

D

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 11

$$\frac{x+yi}{x-yi} = \frac{(x+yi)^2}{x^2+y^2} = \frac{x^2-y^2+2xyi}{x^2+y^2}$$

$$\frac{x-yi}{x+yi} = \frac{(x-yi)^2}{x^2+y^2} = \frac{x^2+y^2-2xyi}{x^2+y^2}$$

Bu iki değer toplanırsa  $i$ 'li terim-  
ler sadeleşeceğinden cevap: 0.

Doğru Yanıt:

D

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 12

$i^{2021} = i$  olduğundan köklerin  
biri  $1+i$  'dir. O halde  $1-i$  de  
bir başka köktür. Denklem  
kökler toplamı 0 diye üçüncü  
kök de  $-2$  olmalıdır.

$$x_2 \cdot x_3 = (1-i)(-2) = -2+2i.$$

Doğru Yanıt:

E

BAŞLIK: Sanal kökler

Soru No: 13

Kökler toplamı  $3+2i$  ve kökler çarpımı  $5+i$  olan şikku aramak en kolaydır. Doğru cevap: E.

Doğru Yanıt:

E

BAŞLIK: Sanal kökler

Soru No: 14

Bir kökü  $3+i$  ise diğer kökü  $3-i$  olmak zorundadır.

$$x_1 + x_2 = m = 3 + i + 3 - i = 6.$$

$$x_1 \cdot x_2 = n = (3 + i)(3 - i) = 10$$

Şu halde  $m+n = 6+10 = 16$ .

Doğru Yanıt:

E

BAŞLIK: Sanal kökler

Soru No: 15

Bir kök  $2+\alpha i$  ise diğer kök  $2-\alpha i$  olur. Kökler toplamı

$$x_1 + x_2 = 2 + \alpha i + 2 - \alpha i = 4$$

$$\beta - 3 = 4 \Rightarrow \beta = 7.$$

Doğru Yanıt:

E

BAŞLIK: Sanal kökler

Soru No: 16

Kökler çarpımı 1 olduğundan  $\bar{u} \bar{v}$  birden negatif olamaz. Bu sebeple köklerin en az biri pozitif olmalıdır.

Doğru Yanıt:

A

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 17

Katsayılar rasyonel olduğundan eğer sanal bir kök varsa, mutlaka eşleniği de kök olmalıdır. Aynı durum irrasyonel kökler için de geçerlidir. 6 farklı kökü bildiğimizden denklem en az 6. dereceden olmalıdır.

Doğru Yanıt: C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 18

$$\frac{4}{1+2^x} + \frac{4}{1+2^{-x}} = 4 \text{ eşitliğini}$$

bilenler için çok kolay soru. Bilmeyenler de payda eşitleyerek eşitliğin doğru olduğunu görsün. Verilen fonksiyonda

x yerine  $20i$  ve  $-20i$  yazıp toplarsak 4 eder. Bunu  $19i, 18i, 17i, \dots, 2i$  ve  $i$  için de yaparsak toplamda  $4 \cdot 20 = 80$  eder.

$x=0$  için  $\frac{4}{1+2^0} = 2$  ettiğinden

İstenen toplam 82'dir.

Doğru Yanıt: B

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 19

$$z^2 - 4z = -4 + 2i$$

$$z^2 - 4z + 4 = 2i$$

$$(z-2)^2 = 2i$$

$$(z-2)^2 = (1+i)^2$$

0 halde  $z = 2+1+i$  veya  $z = 2+1-i$  olmalıdır.

Doğru Yanıt: C

BAŞLIK: Sanal kökler

Soru No: 20

$$(1+2i)^{3x} = (-3+4i)^{x-1}$$

$$(1+2i)^{3x} = ((1+2i)^2)^{x-1}$$

$$(1+2i)^{3x} = (1+2i)^{2x-2}$$

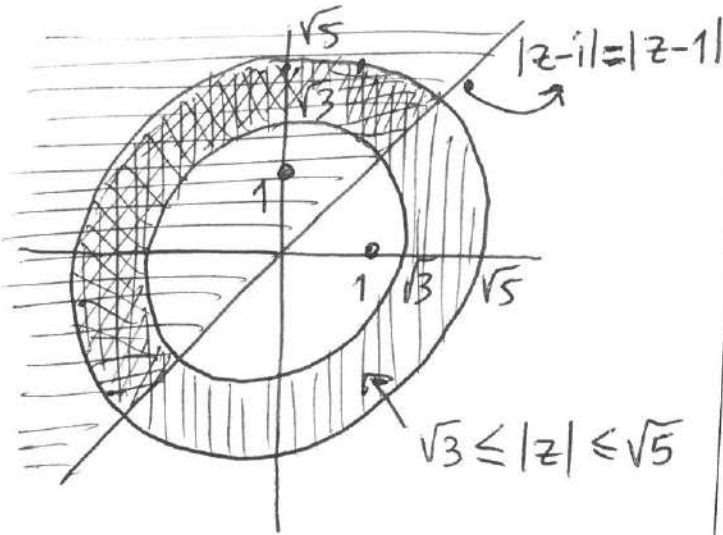
$$3x = 2x - 2$$

$$x = -2.$$

Doğru Yanıt: B

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 21



Taralı alan = Halkanın yarısı

$$\frac{\pi \sqrt{5}^2}{2} - \frac{\pi \sqrt{3}^2}{2} = \frac{5\pi - 3\pi}{2} = \pi.$$

Doğru Yanıt: C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 22

$a+b$  sabitse  $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$  özdeşliğinden  $a$  ile  $b$  birbirine ne kadar yakın olursa  $2ab$  büyüyeceğinden  $a^2+b^2$  küçülür. O halde  $|z_1| < |z_2| < |z_3|$ .

Doğru Yanıt: A

A

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 23

 $z = a+bi$  için  $a^2+b^2=1$  olur.

$$\begin{aligned} \frac{z+1}{z-1} &= \frac{a+1+bi}{a-1+bi} = \frac{(a+1+bi)(a-1-bi)}{(a-1+bi)(a-1-bi)} \\ &= \frac{a^2 - a - abi + a - 1 - bi + abi - bi + b^2}{(a-1)^2 + b^2} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - 1 - 2bi}{a^2 - 2a + 1 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 - 2a + 1 + b^2} \end{aligned}$$

olduğundan reel kısım 0'dır.

Doğru Yanıt: C

C

BAŞLIK: Sanal Kökler

Soru No: 24

$\sqrt{3}i = 0 + \sqrt{3}i$  olduğundan, eşleniği ( $\mathbb{C}$ 'ye göre)  $0 - \sqrt{3}i$ 'dir.

$\sqrt{3}$ 'ün  $\mathbb{R}$ 'ye göre eşleniği de  $-\sqrt{3}$  olduğundan, cevap

$$(-\sqrt{3}i)(-\sqrt{3}) = 3i \text{ olur.}$$

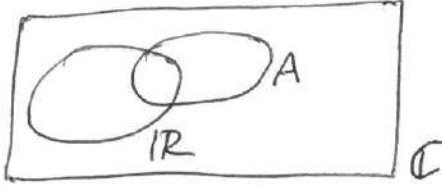
Doğru Yanıt: D

D

BAŞLIK: Sanal Kökler Soru No: 25

$i$  ve  $-i$  sayıları katsayıları rasyonel olan  $x^2+1=0$  denkleminin kökleri olduğundan cebirseldirler. Yani reel olmayan cebirsel sayılar da vardır.

Bu sebeple yandaki sema uygundur.



Cebirsel sayılar hakkında daha detaylı bilgiyi MYMAT1 kitabında bulabilirsiniz...

Doğru Yanıt: B

BAŞLIK: Sanal Kökler Soru No: 26

$a, b$  ve  $c$  tek tamsayı olması üzere denklemi  $ax^2+bx+c$  alalım.

$$\Delta = \underbrace{b^2}_{\text{tek}} - 4 \underbrace{ac}_{\text{çift}} = \text{tek} \dots \text{ama}$$

$$a=2k+1, b=2l+1, c=2m+1 \text{ olsun.}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= (2l+1)^2 - 4(2k+1)(2m+1) \\ &= 4k^2 + 4k + 1 - 16km - 8k - 8m - 4 \end{aligned}$$

Oluş bu sayının 8'e bölümünden kalan 5'tir. O halde kare sayı olamaz! Demek ki kökler rasyonel olamaz!

Doğru Yanıt: D

BAŞLIK: Sanal Kökler Soru No: 27

Köklerin sanal olmaması için  $\Delta \geq 0$  olmalıdır.

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21$$

$$5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 17$$

$$5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$$

$$5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9$$

$$5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 5$$

$$5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 12$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 8$$

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4$$

olmak üzere 10 tane Doğru Yanıt: D.

BAŞLIK:

Soru No:

Doğru Yanıt: